

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پروژه درس شبیه سازی کامپیوتری

عنوان:

شبيه سازي و تحليل تاب آوري و قابليت اطمينان سيستم هاي مبتني بر شبكه

استاد راهنما:

دکتر فرشاد صفایی سمنانی

پژوهشگران:

محمد سعید زارع مهرجردی

زهراسادات عصمتی بایگی

تاریخ ارائه:

7 / 4 / 1402

فهرست

مقدمه

در این بخش ما قرار است به تحلیل و مقایسه سه مدل گراف زیر بپردازیم.

* Erdős–Rényi
* Scale-Free
* Watts-Strogatz

نحوه ساخته شدن گراف و همچنین تحلیل آماری هر بخش به صورت زیر شرح داده شده.

1. **مدل های ER:** این دسته گراف ها کاملا تصادفی هستند و به هر یال با احتمال p یا به هم متصل اند و یا نیستند و کاملا هر یال مستقل از یال دیگری است. پس هر چه این احتمال p بیشتر باشد گراف ها پر شاخه تر خواهند شد. (برای مثال اگر p برابر با یک باشد گراف به دست آمده یک گراف کامل است و اگر p برابر با صفر باشد گراف به دست آمده بدون یال است.)

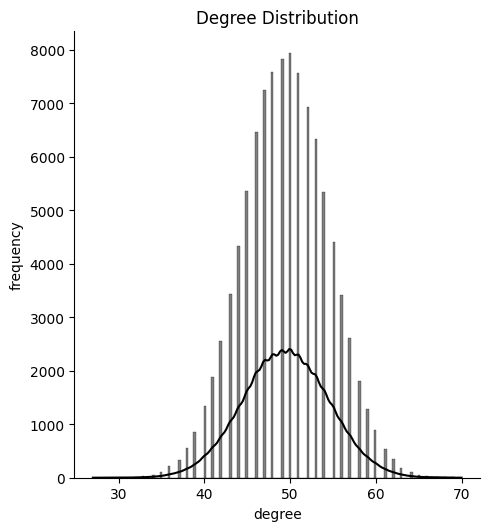
**توزیع درجه هر راس از توزیع دو جمله ای پیروی میکند.**



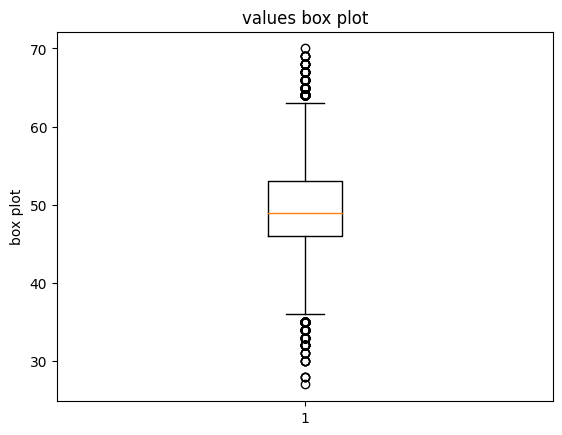
هر دو فرض مهم این مدل که یال‌ها مستقل هستند و احتمال وجود هر یال مساوی است ممکن است برای مدل سازی پدیده‌های زندگی واقعی نامناسب باشند. به طور خاص توزیع درجه گراف اردوش-رنیی [**دم‌سنگین**](https://fa.wikipedia.org/wiki/%D8%AA%D9%88%D8%B2%DB%8C%D8%B9_%D8%AF%D9%85-%D8%B3%D9%86%DA%AF%DB%8C%D9%86) **ندارد** در حالی که این باور وجود دارد که [بسیاری از شبکه‌های واقعی دم‌سنگین هستند](https://fa.wikipedia.org/wiki/%D8%B4%D8%A8%DA%A9%D9%87_%D9%85%D8%B3%D8%AA%D9%82%D9%84_%D8%A7%D8%B2_%D9%85%D9%82%DB%8C%D8%A7%D8%B3).

توزیع درجه مدل های اردوش-رینی را بررسی میکنیم.

شبیه سازی انجام شده زیر برای 1000 گراف مدل اردوش رینی بررسی شده و احتمال وصل شدن یال در این مورد 0.5 است. این نمودار که توزیع درجه کلی گراف اردوش رینی را نشان میدهد به صورت توزیع نرمال در آمده به این دلیل که چون احتمال وصل شدن یال ها 0.5 است پس امید داریم برای هر راس تعداد نصف یال هایی که میتواند متصل شود به آن متصل شود. که اینجا چون به ازای هر رای 99 همسایه داریم پس حدودا انتظار داریم 49.5 تا وصل باشند و درجه هر راس 49.5 باشد پس با توجه به این توضیحات هر چه درجه راس ها را بالاتر در نظر بگیریم تعدادشان کم میشود و بالعکس. نمودار زیر این موارد را نشان میدهد.



همچنین اگر بخواهیم این موارد را با استفاده از box plot نمایش دهیم به این صورت خواهد بود. که در این نمودار همانطور که انتظار داریم همه چیز نرمال است یعنی از هر طرف به تعداد برابری داده پرت داریم و همچنین میانه دقیقا وسط چارک اول و سوم افتاده و عملا هیچ چولگی به هیچ طرف نداریم



حالا به بررسی توزیع مقدار ویژه های گراف ER میپردازیم.

مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف، ویژگی‌های مهمی را درباره ساختار و خواص گراف نشان می‌دهند. (برای مثال شکاف طیفی که در همین گزارش نیز بررسی شده.) مقادیر ویژه نشان می‌دهند که در چه میزان گره‌ها با یکدیگر مرتبط هستند و نحوه توزیع و شدت این ارتباطات را نشان می‌دهند. برخی از نکات کلیدی مرتبط با مقادیر ویژه ماتریس مجاورت عبارتند از:

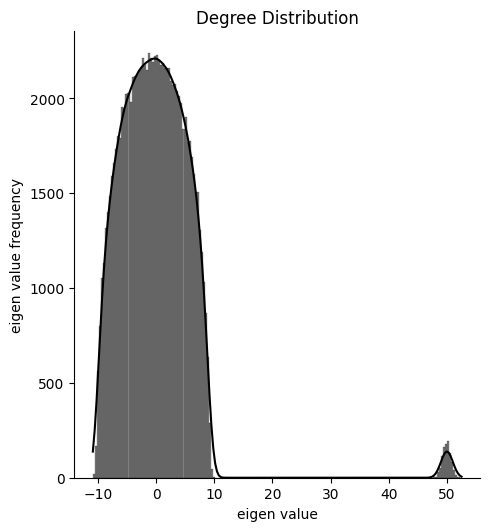
1. **اندازه مقدار ویژه:** اندازه مقدار ویژه نشان می‌دهد که چقدر گراف یک ساختار قابل توجه دارد. **مقادیر ویژه بزرگتر نشان می‌دهند که گراف دارای ارتباطات قوی و محکم بین گره‌ها** است.

2. **توزیع مقادیر ویژه:** توزیع مقادیر ویژه نشان می‌دهد که گراف چه تنوعی در ارتباطات دارد. توزیع یکنواخت مقادیر ویژه نشان می‌دهد که همه گره‌ها با هم به طور یکسان مرتبط هستند، در حالی که توزیع ناهمگن نشان می‌دهد که برخی از گره‌ها به شدت به یکدیگر مرتبط هستند در حالی که برخی دیگر کمتر مرتبط هستند.

3. **بردارهای ویژه متناظر:** هر مقدار ویژه با یک بردار ویژه متناظر همراه است. بردارهای ویژه نشان می‌دهند که کدام گره‌ها با یکدیگر مرتبط هستند. بردار ویژه متناظر با مقدار ویژه بزرگتر نشانگر گروهی از گره‌ها است که با هم به شدت مرتبط هستند.

**مقادیر ویژه ماتریس مجاورت گراف، نشان‌دهنده الگوهای موجود در ساختار گراف و میزان تمایل گره‌ها به تشکیل ارتباط با یکدیگر هستند. درک این مقادیر ویژه می‌تواند به ما در فهم بهتر و تحلیل گراف و خواص آن کمک کند.**

حالا همانطور که در شکل میبینیم مقدار ویژه ماتریس های اردوش-رینی از دو جامعه تشکیل شده یکی مقادیر ویژه های کوچک تر که اکثریت جامعه را تشکیل میدهد و توزیعشان نیز نرمال است ولی چند تا از مقدار ویژه ها بسیار بزرگتر از بقیه مقادیر ویژه ها هستند که این امر بخاطر شکل تصادفی گراف های مدل اردوش رینی هست. چون اکثر گره ها اتصال پذیری حدودا مشابهی دارند پس توزیعشان نرمال در آمده و همانند شکل زیر است و قسمت راست تصویر نشاندهنده مقادیر ویژه بزرگتر است و این به دلیل ساختار تصادفی این گراف هاست که باعث شده گره هایی داشته باشیم که اتصال پذیری زیادی داشته باشند یعنی در حد کمی نظم و اتصال پذیری دارند. (هر چه مقادیر ویژه زیاد باشد نشاندهنده اتصال پذیری بالاتر آنهاست.)



1. **مدل SF:** گراف‌های مقیاس آزاد (Scale-Free Graphs) مجموعه‌ای از گراف‌ها هستند که ویژگی مشترکی به نام توزیع مقیاس آزاد را دارند. در این گراف‌ها، توزیع درجه گره‌ها (تعداد اتصالات یک گره) از قانون توانی [[1]](#footnote-1)پیروی می‌کند، به این معنی که تعداد گره‌هایی که درجه آنها k است، با توان k کاهش می‌یابد.

در گراف‌های مقیاس آزاد، برخی گره‌ها (که به عنوان گره‌های "پیشوند" شناخته می‌شوند) تعداد زیادی اتصال دارند در حالی که بسیاری از گره‌ها (که به عنوان گره‌های "دنباله" شناخته می‌شوند) تعداد کمتری اتصال دارند. این توزیع نامتوازن اتصالات باعث می‌شود تا در شبکه گراف، **چند گره مهم و تأثیرگذار (به عنوان "هاب‌ها" یا "گره‌های بالقوه")** وجود داشته باشند که به عنوان مراکز ارتباطی اصلی و انتقال اطلاعات در شبکه عمل می‌کنند.

پس همانطور که گفته شد توزیع درجه این گراف ها از توزیع توانی پیروی میکند که در شکل زیر قابل مشاهده است. این مورد که چرا گراف این چنین هستند به فلسفه سخته شدن این گره ها برمیگردد که مختصری توضیح میدهیم.

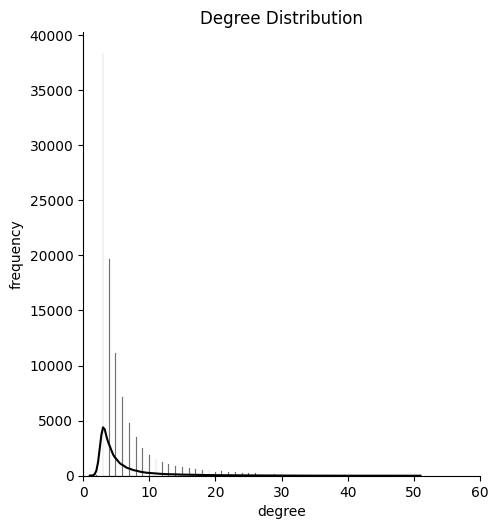
گراف‌های مقیاس آزاد معمولاً با استفاده از مدل‌های ترکیبی از روند رشد و الگوریتم‌های اتصال ترجیحی [[2]](#footnote-2)ساخته می‌شوند. الگوریتم‌های اتصال ترجیحی به این صورت عمل می‌کنند که گره‌های جدید به گره‌های قبلی با احتمال بیشتری متصل می‌شوند که درجه بالاتری دارند.

**روند ساخت گراف مقیاس آزاد عموماً به شکل زیر است:**

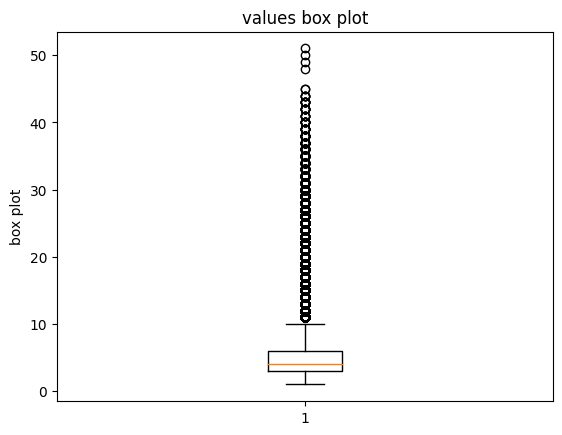
* شروع با یک گراف تک گره‌ای.
* در هر مرحله، یک گره جدید ایجاد می‌شود.
* گره جدید به یک یا چند گره موجود با احتمال ترجیحی متصل می‌شود. احتمال اتصال به یک گره خاص بیشتر است اگر درجه آن گره بیشتر باشد. به عبارت دیگر، گره جدید بیشتر به گره‌هایی متصل می‌شود که درجه بالاتری دارند.
* این فرایند اتصال ترجیحی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تعداد مطلوبی از گره‌ها در گراف به دست آید یا شرایط توقف مشخصی برقرار شود.

**نکته: مورد مهمی که ما با شبیه سازی به دست آوردیم این بود که در این نوع گراف ها هرچه m بیشتر باشد تعداد گره های مرکزی بیشتر است و رابطه ای که برایش به دست می آید n – m گره مرکزی است.**

برای ساخت گراف مقیاس آزاد می‌توان به مدل Barabasi-Albert اشاره کرد که بر اساس الگوریتم اتصال ترجیحی عمل می‌کند و توزیع درجه گره‌ها را با توان کاهش می‌دهد.



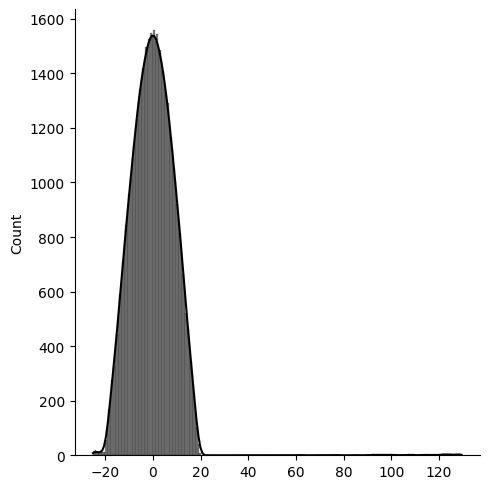
نمودار جعبه ای گراف مقیاس آزاد به این صورت است. که همانطور که میبینیم گره ها با درجه های کم بسیار زیاد هستند چون فقط چند تا از گره ها با توجه به مقیاس شبکه ارتباط وسیعی دارند پس این گره ها بر خلاف اهمیتی که در شبکه دارند جز داده های پرت حساب میشوند.

****

**در گراف‌های مقیاس آزاد، توزیع مقادیر ویژه نیز ممکن است ویژگی‌هایی مشابه داشته باشد. به عبارت دیگر، در این گراف‌ها نمی‌توان انتظار داشت که مقادیر ویژه به صورت یکنواخت یا متمرکز در نزدیکی یک مقدار مشخص باشند**. به جای آن، ممکن است تعداد کمی مقدار ویژه بسیار بزرگ (به عنوان مقادیر ویژه بزرگ) و بسیاری مقادیر ویژه کوچکتر و نزدیک به صفر وجود داشته باشد. این نشان می‌دهد که برخی از گره‌ها در شبکه ارتباطات بسیار قوی‌تر و مهم‌تر هستند و نقش بزرگی در انتقال اطلاعات و انتشار اثرگذاری در شبکه دارند. (بخاطر ذات نحوه ساخت این نوع گراف ها)

مشاهده این الگو در گراف‌های مقیاس آزاد نشان می‌دهد که ساختار شبکه توانایی تحمل واکنش به تغییرات و حوادث غیرمنتظره را دارد و به ماکزیمم راهبرد برای انتشار و گسترش اطلاعات در شبکه را فراهم می‌کند.

نمودار توزیع مقادیر ویژه این مدل گراف ها به این صورت خواهد شد. دقیقا طبق موارد گفته شده یکسری گره ها که بسیار هم کم هستند مقدار ویژه بسیار بالا نزدیک 120 دارند و بقیه گره ها مقدار ویژه کم تری دارند.



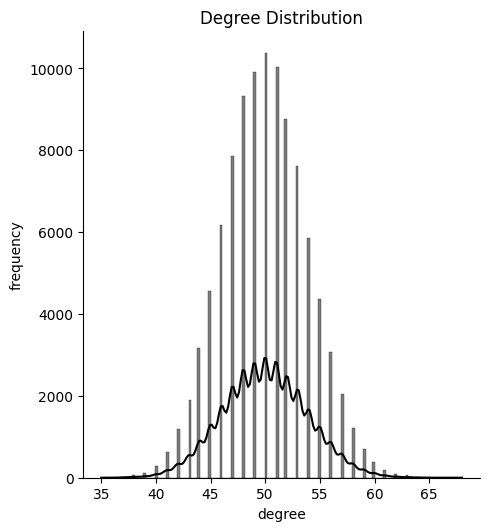
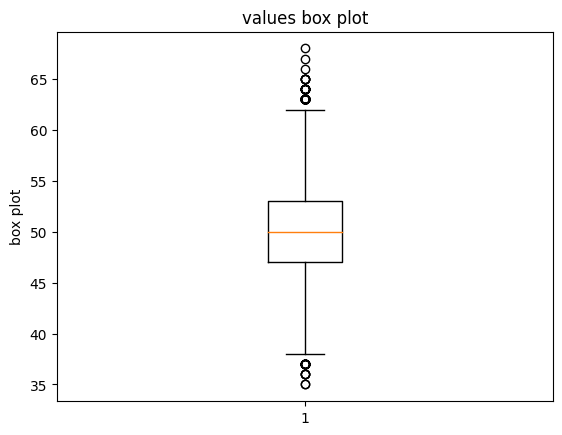
1. مدل Watts-Strogatz: گراف واتس استروگاتز یک نوع گراف تصادفی کوچک دنیا است. این مدل گراف سعی در نمایش خواصی مانند **شبکه‌های اجتماعی و شبکه‌های بیولوژیکی** دارد.

روند ساخت گراف واتس استروگاتز به شرح زیر است:

* **شروع با یک حلقه از گره‌ها (یعنی یک دور).**
* هر گره با احتمال p به گره‌هایی که در جهات مثبت و منفی نسبت به خود قرار دارند متصل می‌شود. این احتمال p معیاری برای میزان احتمال اتصال بین گره‌هاست.
* بعد از اتصال تصادفی برخی از گره‌ها، یک گام تغییر جهت اعمال می‌شود. یعنی برخی از اتصالات موجود در گره‌ها به جهت مخالف تغییر می‌کنند. این عمل باعث ایجاد ساختار شبکه‌ای کوچک دنیا در گراف می‌شود.
* این فرایند تغییر جهت و اتصال تصادفی تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تمامی گره‌ها با یکدیگر متصل شوند و یا شرایط توقف دیگری برقرار شود.

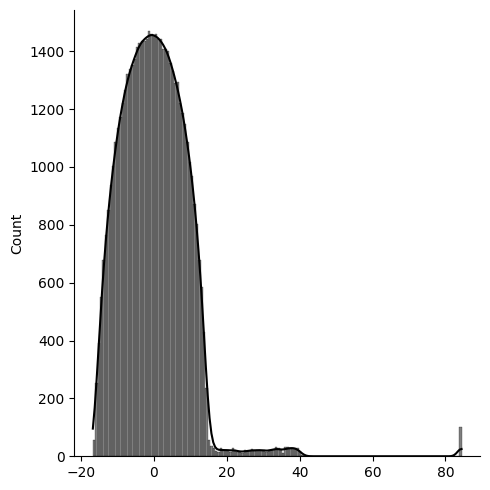
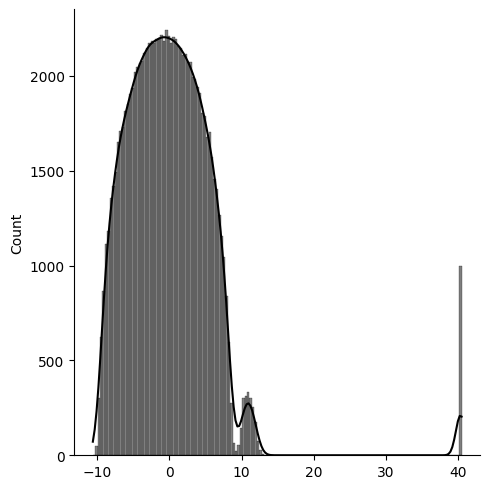
نتیجه این مدل ساختاری است که در آن برخی گره‌ها با هم مستقیماً متصل هستند و برخی اتصالات بلندبرد دارند که این اتصالات بلندبرد به شکل شبکه‌های کوچک دنیا را ایجاد می‌کنند. همچنین، از آنجا که اتصالات به صورت تصادفی ایجاد می‌شوند، این گراف نیز به طور تصادفی تولید می‌شود و از ویژگی‌های تصادفی در ساختار خود برخوردار است.

میدانیم مدل های دنیای توزیع درجه به فرم **پوآسون** دارند. در توزیع پوآسون میانگین و واریانس برابر است و نمودار این موارد در دو عکس زیر مشاهده خواهیم کرد. (بیشترین درجه با توجه به مقدار m مشخص میشود.)

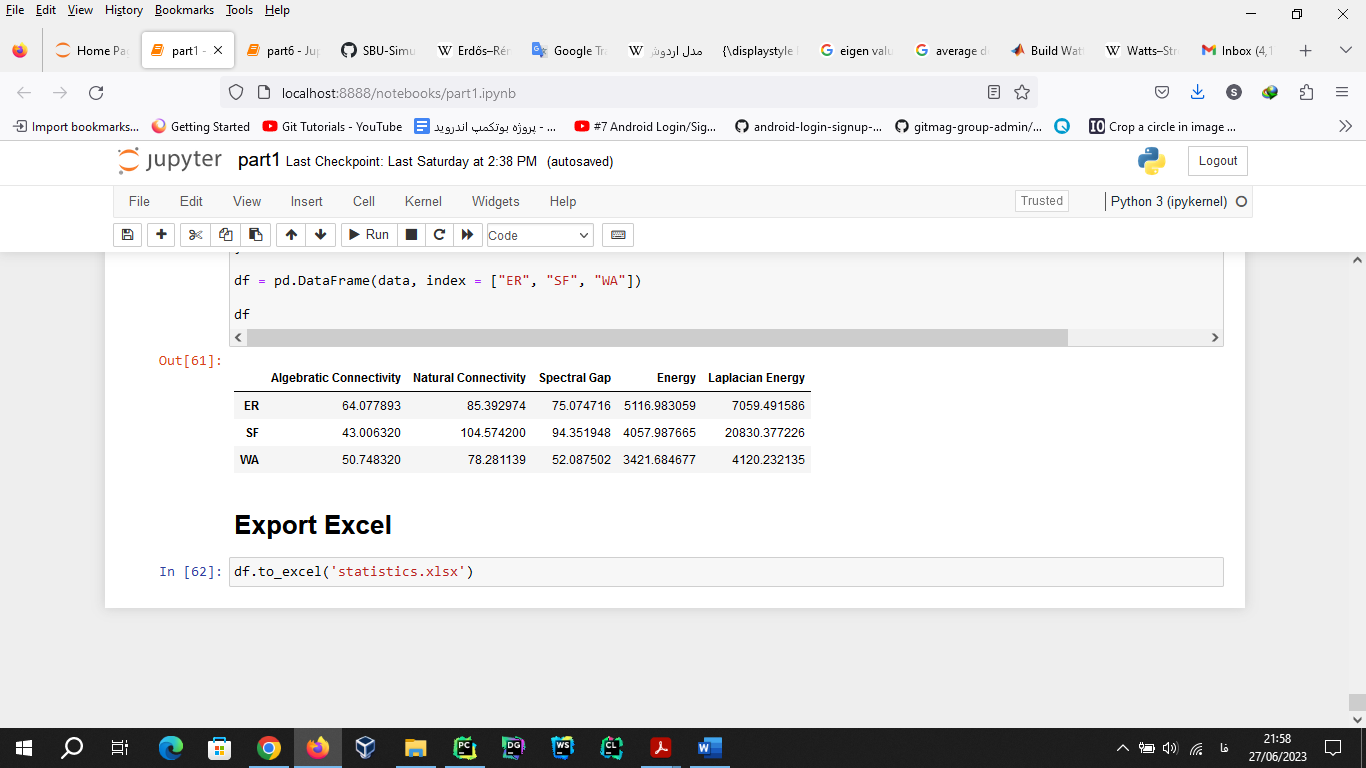


مقادیر ویژه گراف دنیای کوچک وابسته به ساختار و خواص خاصیتی آن گراف هستند. برای محاسبه مقادیر ویژه گراف، باید ماتریس مجاورت یا ماتریس لاپلاسین آن را بسازید و سپس مقادیر ویژه را محاسبه کنید.

معمولاً در گراف‌های دنیای کوچک، دو مقدار ویژه مهم و بزرگتر از بقیه مقادیر ویژه وجود دارند. این دو مقدار ویژه اغلب به عنوان مقدار ویژه بزرگتر و مقدار ویژه کوچکتر شناخته می‌شوند. این مقادیر ویژه نشان‌دهنده ویژگی‌های مهمی از ساختار شبکه دنیای کوچک می‌باشند.

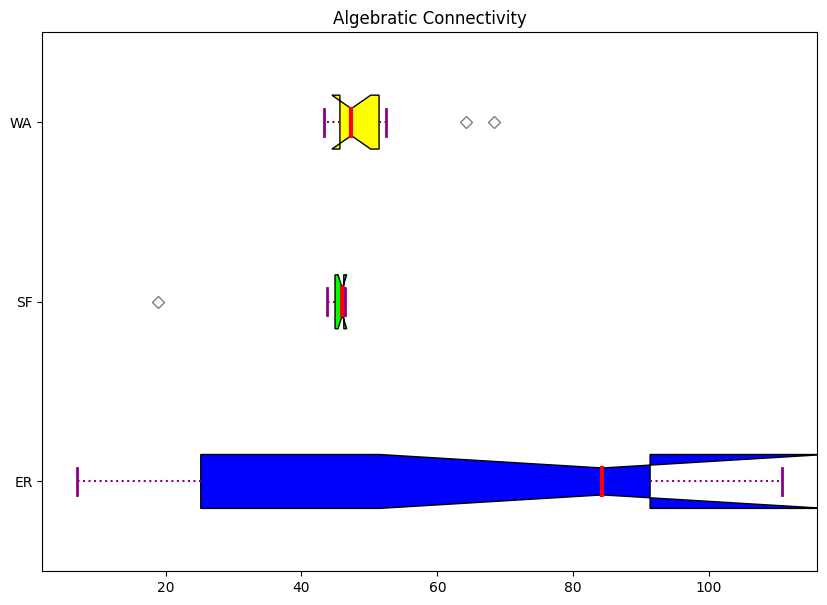
مقادیر ویژه و بردارهای ویژه گراف معمولاً به بررسی شبکه‌های پیچیده و وابستگی‌های خاصیتی در آنها کمک می‌کنند. آنها می‌توانند به عنوان ابزاری برای تحلیل ساختار شبکه و مهمترین گره‌ها و الگوهای ارتباطی در گراف استفاده شوند.

در ادامه به مقایسه مقادیر ذکر شده در صورت سوال خواهیم پرداخت. (به صورت کلی)



حالا یکی یکی به تحلیل هر کدام میپردازیم.

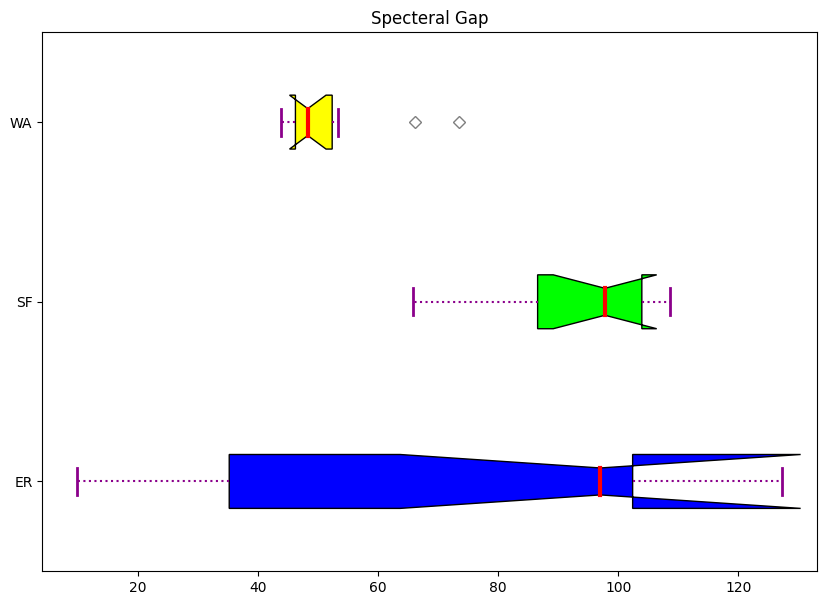
**مقایسه اتصال پذیری جبری:**



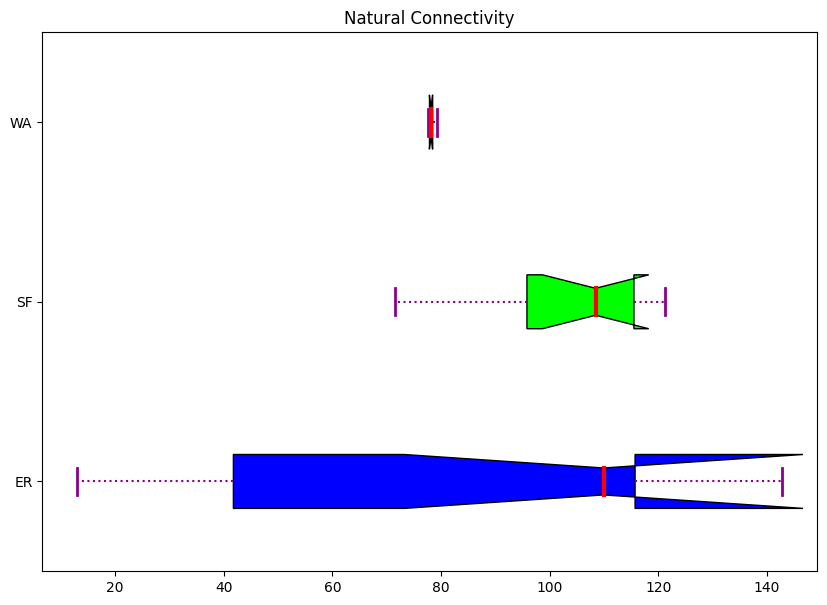
همانطور که میبینیم به طور میانگین اتصال پذیری جبری در گراف های ER بسیار بالاتر از SF و واتس استروگاتز است زیرا گراف های مدل ER به صورت تصادفی هستند و عملا همه گره ها به یک اندازه مهم هستند و هر گره با احتمال یکسانی به گره دیگر متصل شده پس اتصال پذیری بالاتری دارد. (اتصال پذیری در گراف های ER به این دلیل پخش است که خاصیت تصادفی بودن آن باعث شده گره ها بتوانند بصورت مختلفی در شبکه قرار بگیرند. ولی در مدل های مقیاس آزاد و دنیای کوچک چون همه گراف ها از یک طیف هستند این مورد وجود ندارد و خب تقزیبا همه گراف ها از یک جنس هستند برخلاف تنوع بالای گراف های ER)

**مقایسه شکاف طیفی:**

در این مدل گراف های مقیاس آزاد و ER تقریبا رفتار مشابهی دارند ولی در کل گراف های ER بخاطر طیف وسیعی که دارند بیشتر پخش هستند.

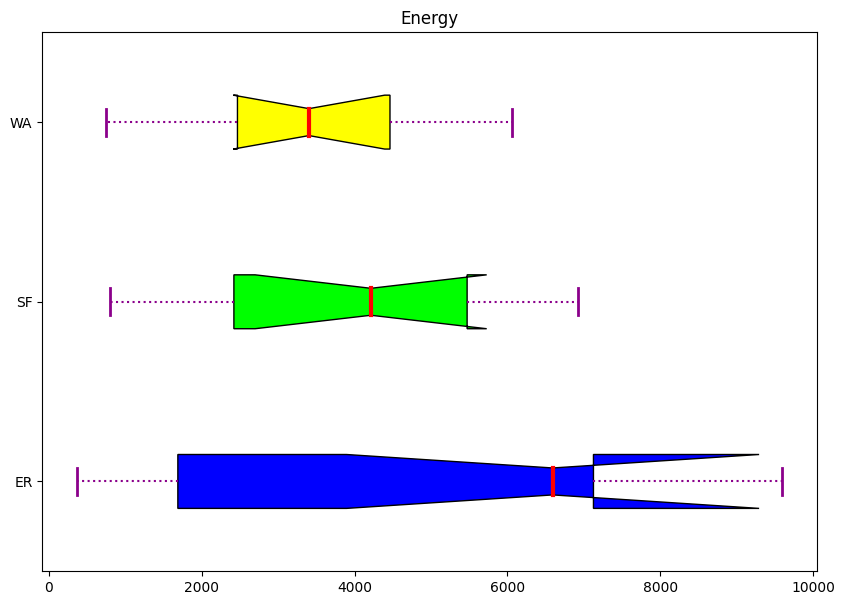


**مقایسه اتصال پذیری طبیعی:**



این نمودار نیز تحلیل مشابهی مانند نمودار اتصال پذیری جبری دارد.

**مقایسه انرژی:**

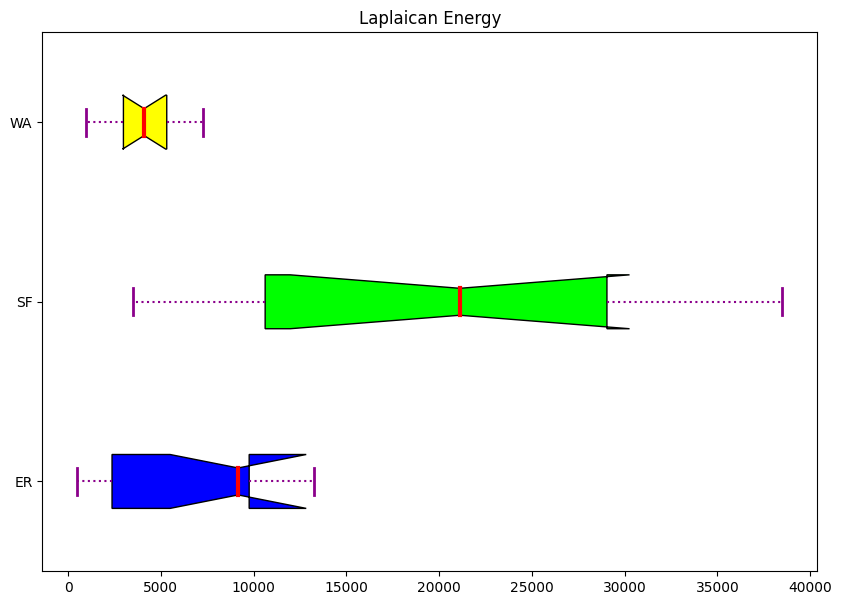


همانطور که میبینیم انرژی ER از مدل های SF و واتس استروگاتز بهتر است. زیرا در مجموع گراف هایی که شانس مستقلی برای وصل شدن گره ها نمیگذارند تنها یکسری گره های بهتر دارند که در مجموع انرژی گراف را بهتر نمیکنند.

**مقایسه انرژی لاپلاسین:**

انرژی لاپلاسین (Laplacian energy) گراف یک معیار اندازه‌گیری برای ساختار گراف است. این معیار با استفاده از مقادیر ویژه ماتریس لاپلاسین گراف محاسبه می‌شود.

انرژی لاپلاسین گراف معمولاً به عنوان یک معیار برای بررسی ساختار و خواص گراف استفاده می‌شود. بالاترین مقدار ویژه و کمینه‌ترین مقدار ویژه مرتبط با ویژگی‌های ساختاری مهمی از گراف می‌باشند و انرژی لاپلاسین می‌تواند مفید باشد برای مقایسه و تحلیل مقادیر ویژه و خواص گراف‌ها. این انرژی نشاندهده زنجیره هایی در گراف است.



با افزایش انرژی لاپلاسین گراف، معنای آن می‌تواند به صورت زیر تفسیر شود:

1. اتصالات بیشتر: انرژی لاپلاسین بیشتر نشان می‌دهد که گراف دارای اتصالات بیشتری است. این ممکن است به معنای وجود اتصالات بیشتر بین گره‌ها، جهت تقویت همبندی و ارتباطات در گراف باشد.

2. ساختار پیچیده‌تر: انرژی لاپلاسین بالا نشان دهنده ساختار پیچیده‌تری در گراف است. این می‌تواند به معنای وجود زنجیره‌ها، انجماد‌ها و الگوهای تکراری در گراف باشد که سبب افزایش ارتباطات و پیچیدگی درون گراف می‌شود.

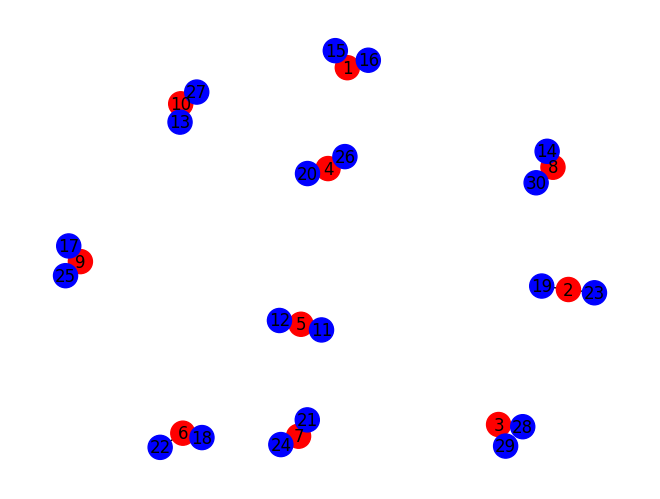
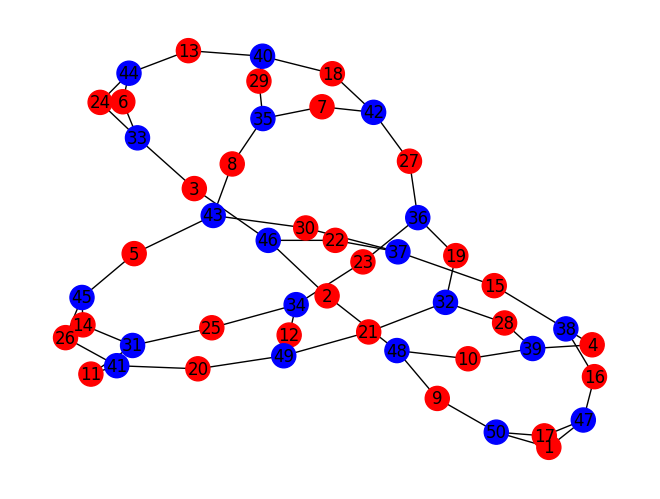
3. کاهش همبندی: انرژی لاپلاسین بالا نشانگر کاهش همبندی بین اجزای گراف است. این می‌تواند به معنای افزایش ارتباطات و ارتباطات نزدیک‌تر بین گره‌ها، کاهش طول مسیرها و افزایش ارتباطات مستقیم بین گره‌ها باشد.

به طور کلی، انرژی لاپلاسین بیشتر می‌تواند نشانگر ساختار پیچیده، ارتباطات قوی‌تر و همبستگی بیشتر درون گراف باشد.

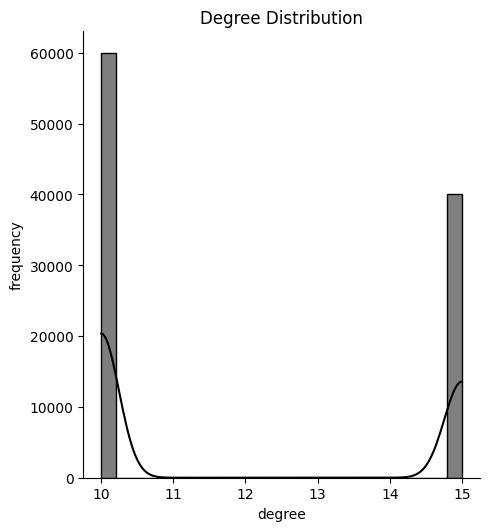
گراف‌های نیمه منظم دوقسمتی تصادفی (Random Semi-Regular Bipartite Graphs) یک نوع خاص از گراف‌ها هستند که دارای دو مجموعه گره دوقسمتی هستند و در هر یک از مجموعه‌ها، درجه همه گره‌ها یکسان است. این گراف‌ها به صورت تصادفی ساخته می‌شوند و دارای خواص ویژه‌ای هستند.

گراف نیمه منظم دوقسمتی تصادفی شکلی شبیه به شطرنج خواهد داشت، که در هر یک از دو مجموعه گره دوقسمتی، درجه همه گره‌ها یکسان است.

با توجه به توضیحات داده شده در صورت پروژه گراف های دو بخشی ساختیم که این ممکن است باعث شود برخی گراف ها ناهمبند شوند مثل شکلی که سمت چپ داریم که باید این گراف ها را کنار بگذاریم. و اینکه ما احتمال ناهمبندی را 0.013 دراوردیم که این یعنی از هر 1000 گراف تولیدی 13 تا ناهمبند میشوند.



نمودار توزیع درجه این گراف بصورت زیر است. که کاملا بدیهی است که چرا به این شکل درامده بخاطر اینکه ما n1 گره با درجه d1 و n2 گره با درجه d2 داریم.



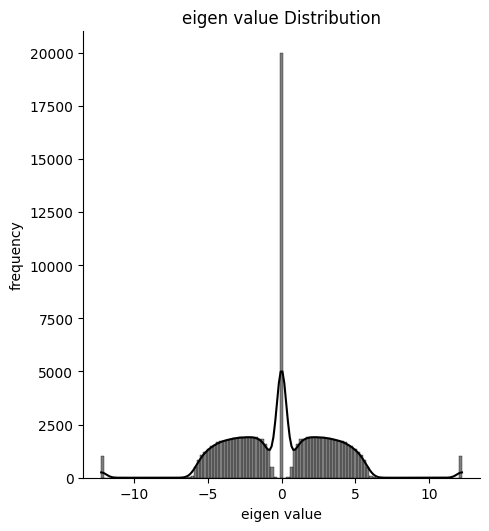
مقادیر ویژه (eigenvalues) گراف‌های نیمه منظم دوقسمتی تصادفی **در بسیاری از حالات به صفر نزدیک هستند.** این موضوع به دلایل زیر است:

1. **ساختار نیمه منظم:** در گراف‌های نیمه منظم دوقسمتی، درجه همه گره‌ها در هر یک از دو مجموعه یکسان است. این باعث می‌شود که ماتریس مجاورت گراف به صورت نیمه منظم باشد و مقادیر ویژه برای چنین ماتریسی به صفر نزدیک باشند.

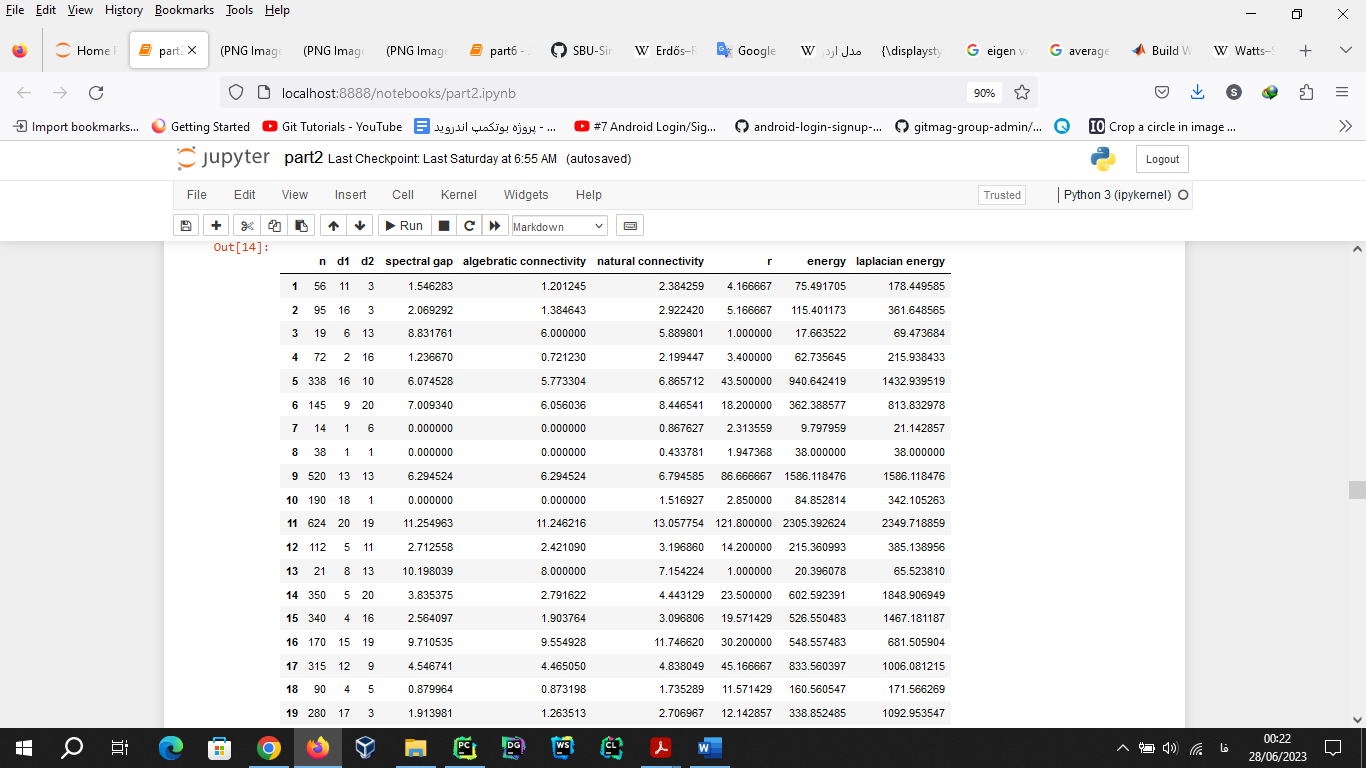
2. **اتصالات تصادفی:** در ساخت گراف نیمه منظم دوقسمتی تصادفی، گره‌های هر مجموعه به طور تصادفی به گره‌های مجموعه دیگر متصل می‌شوند. این باعث می‌شود که ماتریس مجاورت گراف به صورت تصادفی ساخته شود و احتمالاً به ماتریسی نیمه منظم نزدیک باشد که مقادیر ویژه آن به صفر نزدیک هستند.

3. **تعداد گره‌ها:** در صورتی که تعداد گره‌ها در هر یک از دو مجموعه بسیار بزرگ باشد، مقادیر ویژه به صفر نزدیک خواهند بود. این نتیجه از تکراری بودن روابط و ارتباطات در گراف و تمایل به یکسان سازی درجه گره‌ها به دست می‌آید.

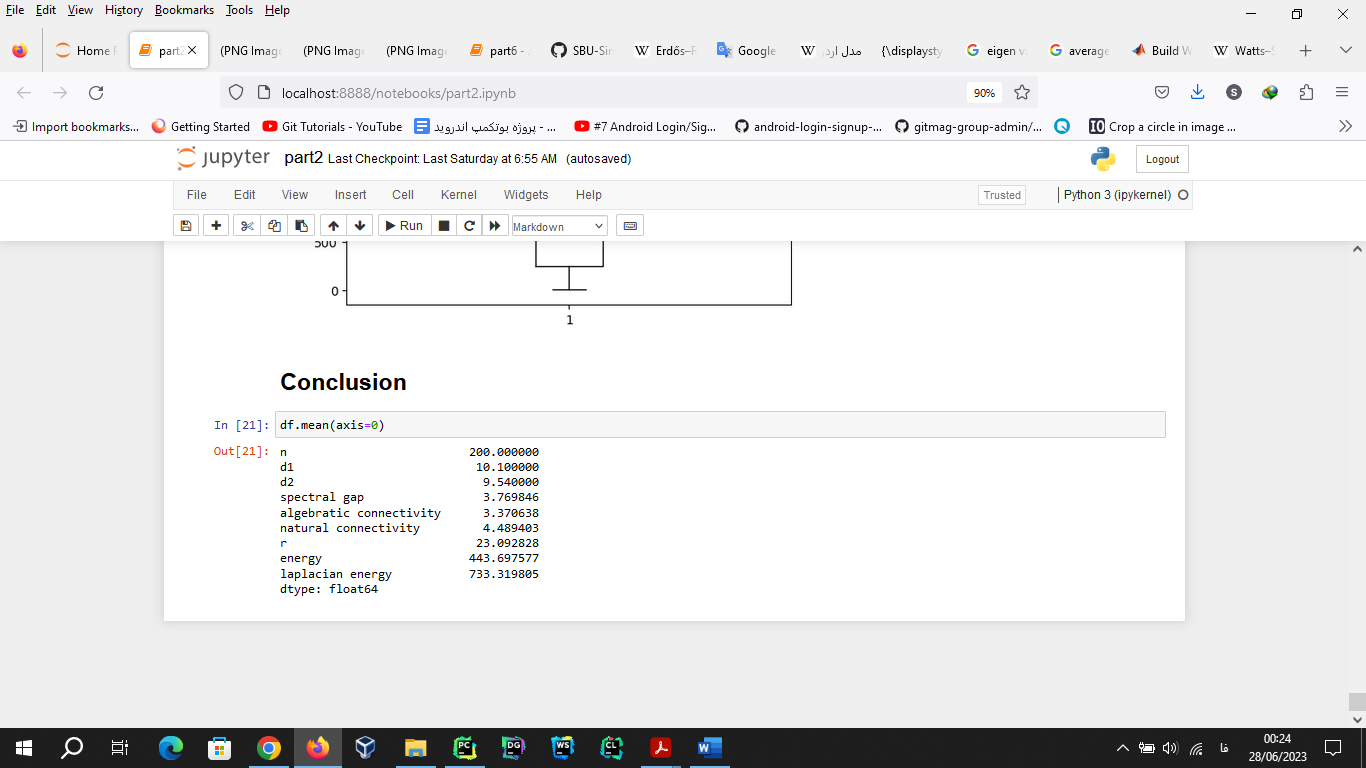
مقادیر ویژه صفر نزدیک در این گراف‌ها نشانگر وجود یک بعد خاص در فضای ویژه است که با توجه به ساختار نیمه منظم و تصادفی گراف، تمام گره‌ها در آن بعد تقریباً به یکدیگر نزدیک هستند.



حالا ما دیتاست وسیعی از این نوع گراف ها را رسم کردیم و در هر مورد موارد خواسته شده را به دست آوردیم که این اطاعات به این صورت خواهد شد. بخشی از این دیتاست را در تصویر زیر مشاهده میکنید.

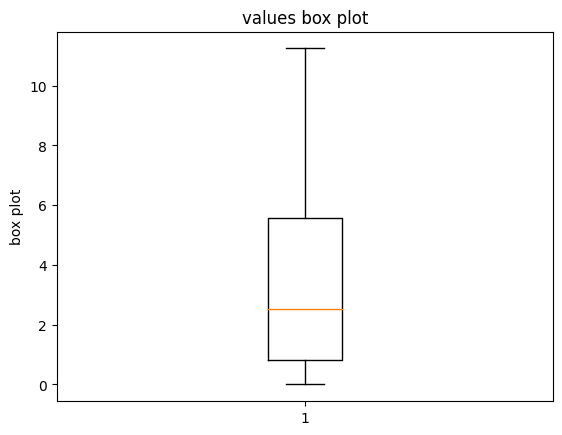


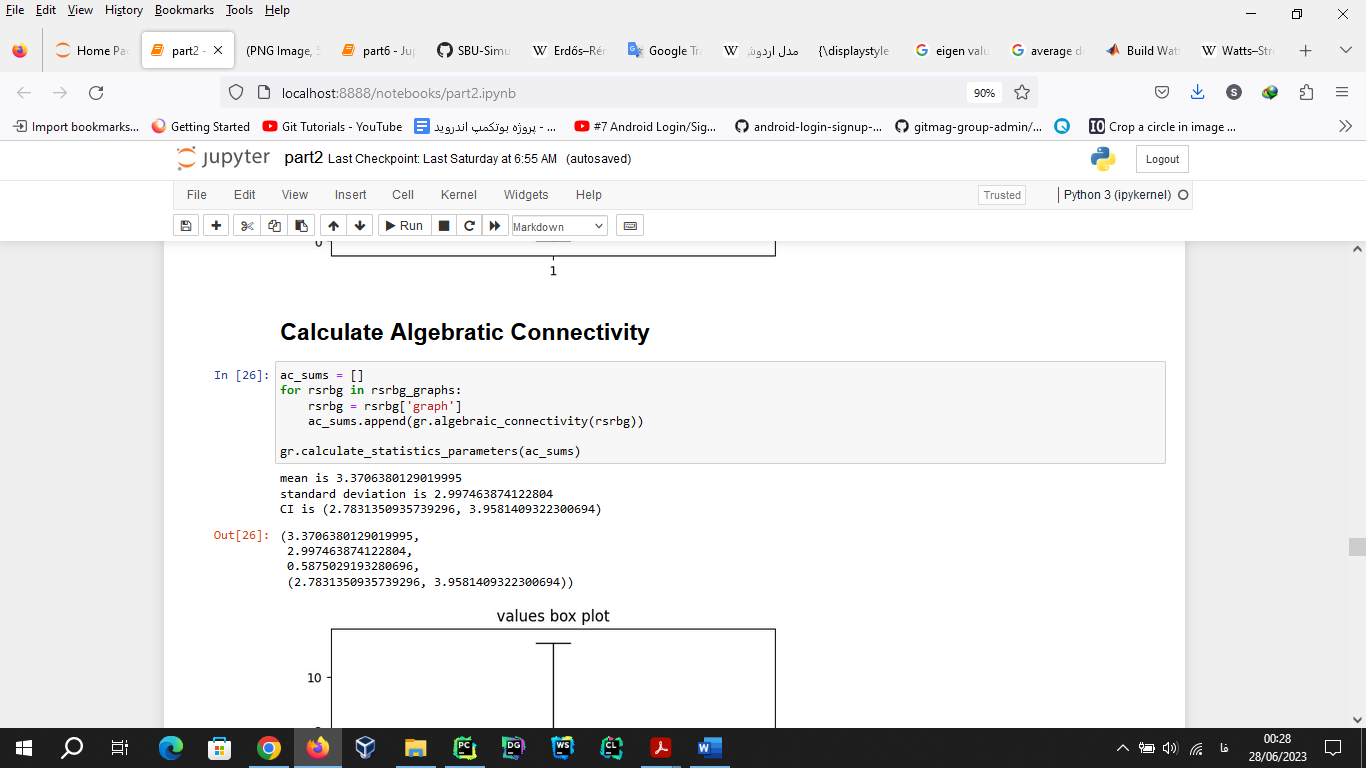
حالا طبق این دیتاست این نتایج به این صورت خواهد شد.



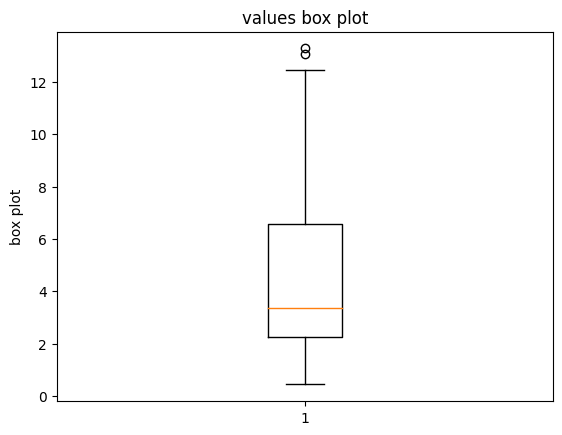
حالا یکی یکی هر مورد را دقیق بررسی میکنیم.

**اتصال پذیری جبری:**

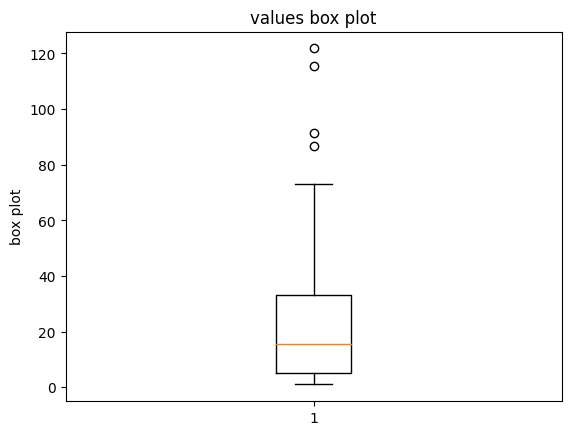




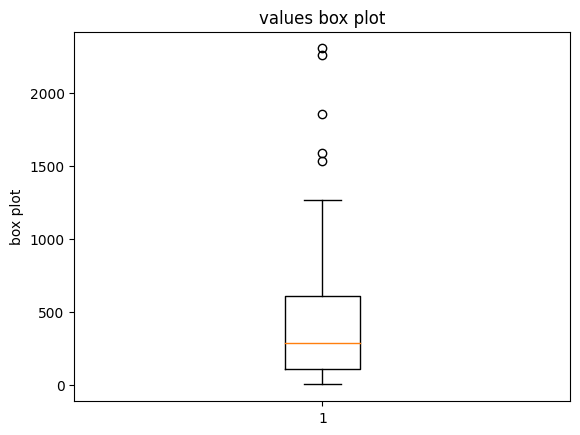
**اتصال پذیری طبیعی:**

****

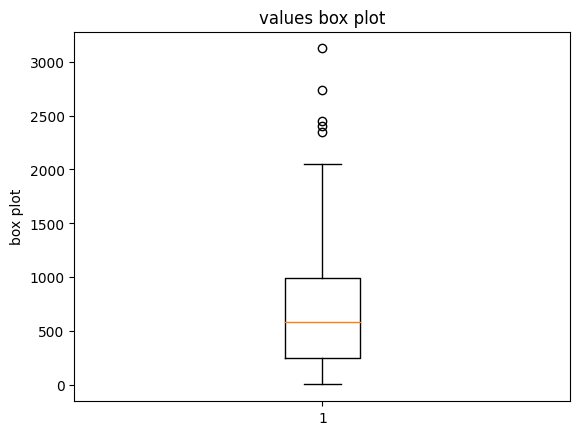
**شکاف طیفی:**

****

**انرژی:**

****

**انرژی لاپلاسین:**

****

**اثبات قضیه اول:**

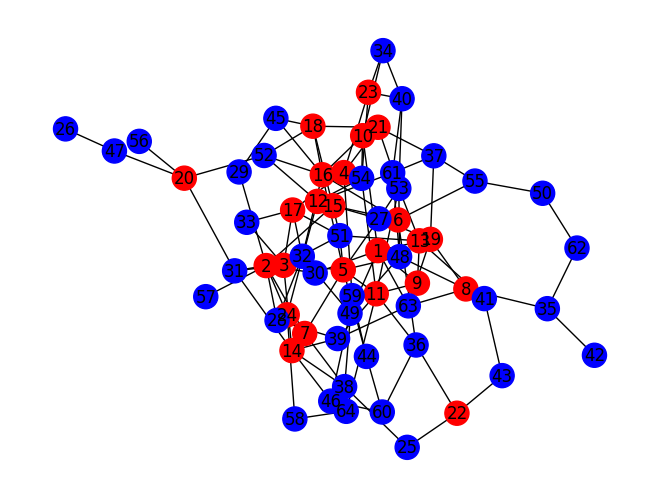
**با توجه به اینکه میانگین درجه از رابطه زیر به دست می آید داریم.**

**اثبات قضیه چهارم:**

**با توجه به اینکه یکسری یال ها درجه 2 و یکسری یال ها درجه 3 دارند و وزن این یال ها با مقدار p مشخص میشود پس مقدار وزن دار این دو عبارت متوسط درجه را نشان میدهد.**

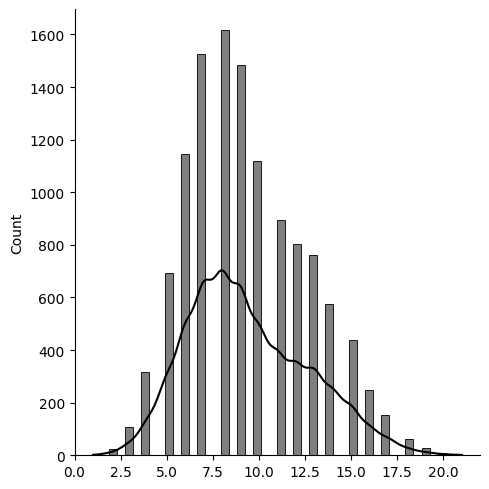
گراف تصادفی شبه‌منظم یک نوع خاص از گراف تصادفی است که خصوصیت‌هایی از گراف‌های منظم و تصادفی را ترکیب می‌کند. در این نوع گراف، برخی از گره‌ها دارای درجه‌ی یکسانی هستند، در حالی که سایر گره‌ها دارای درجه‌های تصادفی دیگری هستند. این تنوع در درجه‌ها باعث می‌شود گراف تصادفی شبه‌منظم نسبت به گراف‌های تصادفی عادی و گراف‌های منظم، ویژگی‌های خاصی را از خود نشان دهد.

یک نمونه از این گراف را در تصویر پایین مشاهده میکنید.

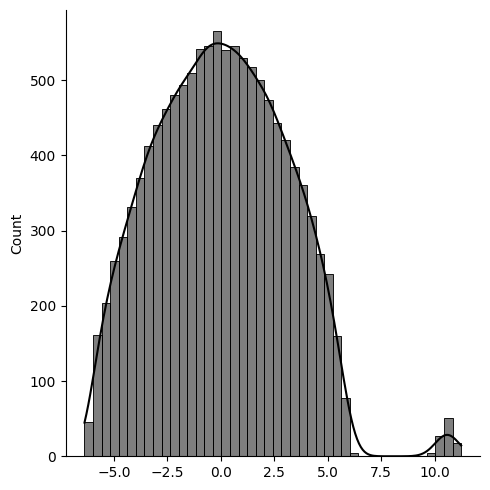


برای ساخت یک گراف تصادفی شبه‌منظم، می‌توانید از الگوریتم واتز-استروگاتز (Watts-Strogatz) استفاده کنید. این الگوریتم ابتدا یک گراف منظم (که درجه‌ی همسایگی همه‌ی گره‌ها یکسان است) را ایجاد می‌کند، سپس برخی از یال‌ها را به صورت تصادفی جابه‌جا می‌کند تا به یک گراف تصادفی شبه‌منظم دست پیدا کند. این جابه‌جایی تصادفی یال‌ها باعث می‌شود درجه‌های تصادفی برخی از گره‌ها تغییر کند و برخی از یال‌ها به صورت تصادفی به جای دیگری منتقل شوند. نتیجه‌ی این جابه‌جایی‌ها یک گراف تصادفی شبه‌منظم است که در آن درجه‌ها به صورت تصادفی تغییر کرده و اتصالات بین گره‌ها توسط یال‌های تصادفی برقرار شده است.

نمودار زیر توزیع درجه این گراف را نشان میدهد که مقداری چوله به راست است.



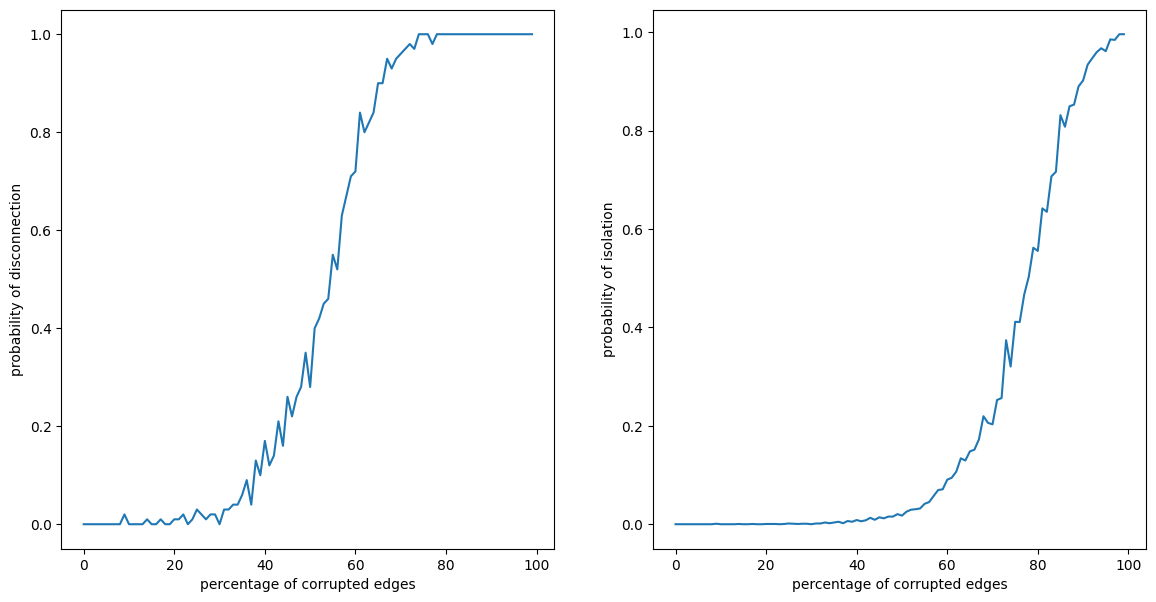
مقدار ویژه‌های گراف تصادفی شبه‌منظم ممکن است متنوع باشند و به تنظیمات و ویژگی‌های خاص گراف بستگی داشته باشد. به طور کلی، مقدار ویژه‌ها برابر با ارتباط بین ساختار داخلی گراف و خواص ریاضی آن‌هاست. با این حال، بدون اطلاعات بیشتر درباره‌ی نحوه‌ی ساخت گراف تصادفی شبه‌منظم و تنظیمات مشخص، نمی‌توان به طور دقیق در مورد مقدار ویژه‌های آن صحبت کرد.



اتصال پذیری جبری درباره یک گراف منتظم با درجه گره ثابت صحبت می‌کند. اتصال پذیری جبری یک ویژگی است که نشان می‌دهد یک گراف منتظم با درجه گره ثابت به نحوی به هم متصل است که به طور قابل توجهی قطعات گراف را به هم پیوسته می‌کند. این ویژگی به معنای این است که با افزایش اندازه گراف، احتمال اینکه گراف دوبخشی شود به صفر نزدیک می‌شود. به عبارت دیگر، اتصال پذیری جبری نشان می‌دهد که در گراف منتظم با درجه گره ثابت، هرچقدر اندازه گراف بزرگتر شود، احتمال یک مسیر از یک گره به هر گره دیگر به صفر نزدیک می‌شود.

در مورد گراف منتظم با درجه گره ثابت، همه یال‌ها یکسان و همه گره‌ها همچنین یکسان درجه دارند. به عبارت دقیق‌تر، درجه هر گره برابر با یک عدد ثابت است که به آن درجه گره می‌گوییم. این گراف‌ها معمولاً با نماد R-regular یا d-regular (که d درجه گره است) نشان داده می‌شوند. از آنجا که همه گره‌ها یکسان درجه دارند، اتصال پذیری جبری برای این گراف‌ها همواره صحیح است و یال‌ و گره‌ در یک قطعه متصل هستند.

احتمال ناهمبند شدن گراف در صورتی که به میزان 0 تا 100 درصد از یال های گراف قطع شوند.



1. Power low [↑](#footnote-ref-1)
2. Preferential Attachment [↑](#footnote-ref-2)